

Kernspaltung nach dem Tröpfchenmodell

E.Hilf, R.Hasse, S.Knaak, R.Schade

Institut für theoretische Physik der Universität Frankfurt/M

Das Tröpfchenmodell beschreibt den Prozess der Kernspaltung mit Hilfe des klassischen Hamiltonoperators

$$(1) \quad H = U(\{\alpha_i\}, A, \beta) + T(\{\alpha_i, \dot{\alpha}_i\}, A, \beta)$$

dabei sind T die kinetische und U die potentielle Energie; sie hängen ab von dem Atomgewicht A , dem Ladungsverhältnis β (=Proton-Neutronverhältnis) und Parametern α_i , $i=1,2,\dots$, welche die Gestalt der Kernoberfläche festlegen.

Die potentielle Energie wird mit Hilfe der halbempirischen v.Weizsäcker-Bethe Formel in der Form von Myers und Swiatecki berechnet. Diese setzt sich zusammen aus je einem Volumen- ($\sim A$), Oberflächen- ($\sim A^{2/3}$), und (mittleren totalen) Krümmungsproportionalen Term ($\sim A^{1/3}$), sowie dem Coulombterm, einem Schalenkorrektur- und einem Asymmetrieterm. Der führende Volumeterm bleibt während des Spaltprozesses konstant; Das Gegeneinanderwirken von Oberflächen- und Coulombterm steuert, korrigiert durch den Schalenkorrekturterm und den (noch etwas hypothetischen) Krümmungsterm, den Ablauf der Spaltung.

Die freien Parameter der v.Weizsäcker-Bethe-Formel werden im allgemeinen durch Anpassung an die experimentell bekannten Grundzustands-Bindungsenergien der stabilen Kerne bestimmt. Für den Koeffizienten der Krümmungsenergie ist dieses Verfahren wenig sinnvoll, da er gegenüber dem Volumeterm numerisch wahrscheinlich recht klein und nur schwach von A abhängig ist. Aus den bisher bekannten Schwellenenergien spaltbarer Kerne kann durch Anpassung der Differenzen (v.Weizsäcker-Bethe-Formel für Grundzustand und Sattelpunkt; der Volumeterm fällt heraus) ein "experimenteller" Wert für den Koeffizienten der Krümmungsenergie gewonnen werden (Hilf, v.Groote).

Theoretisch sind zunächst aus dem einfachen Freies-Fermigas-Modell Ausdrücke für die Oberflächenspannung σ (durch Hill und Wheeler, Swiatecki) und für die Krümmungsspannung τ (durch Hilf und Schade) abgeleitet worden. Knaak, Süßmann und Hilf haben aus dem Schalenmodell mit realistischem geschwindigkeitsabhängigem Einteilchenpotential numerische Werte für die Oberflächenspannung σ und die Oberflächendicke und den "Nichtlokalitätsparameter" β des Potentials erhalten, die mit den experimentellen Ergebnissen sehr gut harmonisieren.

Mit Hilfe der so begründeten v. Weizsäcker-Bethe-Formel kann die potentielle Energie für den Zerreißpunkt der Spaltung zunächst für ellipsoidische Fragmente bei beliebig vorgegebenem Massen- und Ladungsverhältnis minimalisiert werden. Die gegenseitige Coulombenergie wandelt sich (bei Vernachlässigung eventueller Polarisierungseffekte) im weiteren Verlauf des Prozesses in kinetische Energie um. Die Ergebnisse der numerischen Rechnungen von R. Schade (zugrundegelegt wurde der "zweite Myers-Swiatecki-Ansatz" für den Abklingfaktor des Schalenkorrekturterms: $(1 - 2 \frac{Z}{A}) \exp(-\theta^2)$) geben den Verlauf der kinetischen Energien der Fragmente als Funktion des Massen- und Ladungsverhältnisses richtig wieder, doch bleibt der Absolutbetrag des Maximums der kinetischen Energien noch erheblich unter der experimentell gemessenen (Für U^{235} : exp. 25 MeV, theoretisch 16 MeV; - mit "erstem Myers-Sw.-Ansatz ($e^{-\theta^2}$) sogar nur 5 MeV). Die Differenz kann vermutlich zum Teil als hydrodynamische Energie gedeutet werden.

Die kinetische Energie T der Formel (1) kann (vor dem Zerreißpunkt) modellmäßig klassisch als hydrodynamische Energie einer wirbel- und reibungsfreien Flüssigkeit angesetzt werden. Die Koeffizienten des Massentensors μ_{ij} , die effektiven Massen, $T = \frac{1}{2} \sum_{ij} \mu_{ij} \dot{\alpha}_i \dot{\alpha}_j$, wurden von R. Hasse berechnet, und zwar ohne Verwendung der sehr einschneidenden unrealistischen "Wheelerbedingung", die bisher in der Literatur allgemein benutzt wurde, weil sie die Rechnungen stark vereinfacht.

Damit ist der Weg frei, das volle dynamische Problem zu lösen, welches durch (1) gegeben ist, wenn H gleich der Anregungsenergie gesetzt wird. Es ist eine Differentialglei-

chung für die α_i , aus der sich mit geeigneten statistischen Aussagen über die Anfangsbedingungen $(\dot{\alpha}_i(0), \alpha_i(0))$ die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Massenverhältnisses und die volle kinetische Energie der Fragmente berechnen lassen.